Energy, Mines and Resources Canada
Earth Physics Branch
1 Observatory Crescent
Ottawa Canada
K1A 0Y3

Énergie, Mines et Ressources Canada
Direction de la physique du globe
1 Place de l'Observatoire
Ottawa Canada
K1A 0Y3

Geomagnetic Service of Canada

Service géomagnétique du Canada

A SPHERICAL HARMONIC APPROACH TO MAPPING THE MAGNETIC DECLINATION IN CANADA FOR 1980

UNE APPROCHE PAR HARMONIQUE SPHÉRIQUE DE LA CARTOGRAPHIE DE LA DÉCLINAISON MAGNÉTIQUE AU CANADA POUR 1980

E. Dawson, L.R. Newitt, A. Nandi, D. Nagy*

Geomagnetic Series
Number 21
Ottawa, Canada 1981

Série géomagnétique
Numéro 21
Ottawa, Canada 1981

***E. Dawson, L.R. Newitt, A. Nandi, Division of Geomagnetism/Division du géomagnétisme**
D. Nagy, Division of Gravity and Geodynamics/Division de la gravité et géodynamiques

© Minister of Supply and Services Canada 1981

Available in Canada through

Authorized Bookstore Agents
and other bookstores

or by mail from

Canadian Government Publishing Centre
Supply and Services Canada
Hull, Quebec, Canada K1A 0S9

Earth Physics Branch,
Energy, Mines and Resources Canada,
1 Observatory Crescent,
Ottawa, Canada K1A 0Y3

Catalogue No. M74-32/21
ISBN 0-660-50945-8
ISSN 0704-3015

Canada: $2.00
Other countries: $2.40

Price subject to change without notice.

© Ministre des Approvisionnements et Services Canada 1981

En vente au Canada par l'entremise de nos

agents libraires agréés
et autres librairies

ou par la poste au:

Centre d'édition du gouvernement du Canada
Approvisionnements et Services Canada
Hull, Québec, Canada K1A 0S9

Direction de la physique du globe,
Énergie, Mines et Ressources Canada,
1 Place de l'Observatoire,
Ottawa, Canada K1A 0Y3

N° de catalogue M74-32/21
ISBN 0-660-50945-8
ISSN 0704-3015

Canada: $2.00
Hors Canada: $2.40

Prix sujet à changement sans avis préalable.

ABSTRACT

A novel analytical approach was used to determine the complex pattern of magnetic declination (D) in Canada for 1980 from approximately 10,000 magnetic measurements of the north component (X) and east component (Y) of intensity. These data were obtained primarily from aeromagnetic surveys by the Earth Physics Branch (EPB), Ottawa, from years 1969 to 1976. After applying corrections for secular variation, a gridding algorithm determined over 4400 grid values of X and Y at 1 degree intervals of latitude and longitude over Canada. A normal, or smooth, field was subtracted from these data and residuals ΔX and ΔY obtained. By applying a spherical harmonic expansion (SHE) of degree and order 180 to the residuals, smoothing and interpolation between grid values was achieved automatically. Residuals calculated from the SHE were added to the normal values and D was determined from these reconstituted X, Y values. A D-chart was plotted using Calcomp plotter techniques. The rms fit of the input aeromagnetic data to this chart is 130 nT.

A north magnetic pole position was determined at 77.3°N and 102.0°W, just south of King Christian Island. The average pole motion since 1975 is 24 km/yr. north and 5 km/yr. west.

RESUME

Une approche analytique nouvelle a été utilisée pour déterminer la structure complexe de la déclinaison magnétique (D) au Canada en 1980 à partir d'environ 10 000 mesures magnétiques de la composante nord (X) et est (Y) de l'intensité. Ces données avaient été fournies essentiellement par des relevés aéromagnétiques de la Direction de la physique du globe (EPB), à Ottawa, de 1969 à 1976. Après correction de la variation séculaire, un algorithme en réseau a déterminé plus de 4 400 valeurs du réseau de X et Y à intervalles de 1 degré de latitude et de longitude à travers le Canada. Un champ normal, ou lissé, a été soustrait de ces données et des valeurs résiduelles ΔX et ΔY ont été obtenues. En applicant une expansion harmonique sphérique (SHE) de degré et ordre 180 aux valeurs résiduelles, le lissage et l'interpolation entre les noeuds du réseau ont été obtenus automatiquement. Les valeurs résiduelles calculées à partir de la SHE ont été ajoutées aux valeurs normales et D a été déterminé à partir de ces valeurs X, Y reconstituées. Une carte de D a été tracée à l'aide des techniques du traceur Calcomp. L'erreur de moindres carrés (rms) des données aéromagnétiques de base par rapport à cette carte est de 130 nT.

La position d'un pôle magnétique nord a été déterminée comme étant à 77,3°N et 102,0°W juste au Sud de l'Île du Roi Christian. Le déplacement moyen du pôle depuis 1975 est de 24 km/an vers le Nord et 5 km/an vers l'Ouest.

A SPHERICAL HARMONIC APPROACH TO MAPPING THE MAGNETIC DECLINATION IN CANADA FOR 1980

UNE APPROCHE PAR HARMONIQUE SPHÉRIQUE DE LA CARTOGRAPHIE DE LA DÉCLINAISON MAGNÉTIQUE AU CANADA POUR 1980

E. Dawson, L.R. Newitt, A. Nandi, D. Nagy

INTRODUCTION

Regional magnetic charts, for areas such as Canada, should show more detail than is shown on world charts; the detail should be consistent with the number and distribution of the observations and the scale of the chart. The desired detail has not been apparent in recent analytically derived charts of Canada using conventional spherical harmonic analysis (SHA) of the field by Dawson (1970) or polynomial approaches by Dawson and Newitt (1977).

Knapp (1942) used a novel approach for constructing charts of magnetic declination (D), magnetic inclination (I) and horizontal intensity (H) of the United States for 1945 which removes much of the uncertainty regarding the detail shown on regional charts. For example, for the declination chart, he produced a highly-smoothed normal-field chart from 8500 D observations, suitably corrected for secular variation (SV), the gradual change of the magnetic field with time. This smooth D-field represents mainly contributions from the core. Residuals were obtained by subtracting normal values from corresponding observed values. These residual values were then contoured to produce an isoanomalic chart. This represents mainly contributions from crustal sources. The final chart was synthesized from these two charts.

Most of the SV observed at the earth's surface originates in the core field. Once the residual field is established, only the smooth core (normal) field needs to be corrected to produce a series of magnetic charts at different epochs, ensuring the maximum degree of consistency from one edition to the next.

Because of the inadequate distribution of reliable magnetic observations, Knapp's

INTRODUCTION

Les cartes magnétiques régionales, pour des régions comme le Canada, devraient montrer plus de détails que les cartes mondiales; le détail devrait être en rapport avec le nombre et la distribution des observations et l'échelle de la carte. Le détail recherché ne s'est pas fait jour dans les cartes récentes du Canada recalculées analytiquement à l'aide de l'analyse harmonique sphérique conventionnelle (SHA) du champ par Dawson (1970) ou des approches par polynômes de Dawson et Newitt (1977).

Knapp (1942) a utilisé une approche nouvelle pour construire des cartes de déclinaison magnétique (D), d'inclinaison magnétique (I) et d'intensité horizontale (H) aux Etats-Unis en 1945, qui élimine une large part de l'incertitude concernant le détail des cartes régionales. Par exemple, pour la carte de déclinaison, il a produit une carte de champ normal extrêmement lissé à partir de 8 500 observations de D, corrigées de façon appropriée de la variation séculaire (SV), le changement graduel du champ magnétique dans le temps. Ce champ de D lissé représente surtout des influences du noyau. Des valeurs résiduelles ont été obtenues en soustrayant les valeurs normales des valeurs observées correspondantes. Ces valeurs résiduelles ont ensuite été contourées pour produire une carte d'isoanomales. Celle-ci représente surtout des influences de la croûte. La carte finale était une synthèse de ces deux cartes.

La majeure partie de la SV observée à la surface de la terre tire son origine du champ du noyau. Une fois que le champ résiduel est établi, seulement le champ du noyau lissé (normal) requiert une correction pour la production d'une série de cartes magnétiques à différentes époques, assurant ainsi le maximum de continuité entre une édition et la suivante.

A cause de la répartition inadéquate d'observations magnétiques fiables,

approach was discontinued after 1945 owing to a feeling that much of the detail was illusory. By the time airborne geomagnetic surveys had corrected the situation, computer analytical techniques had greatly simplified the approach to regional charting. However, in Canada, the complexity of the field defied suitable analytical representation until the development of a technique by Nagy (1981) to calculate high degree spherical harmonic coefficients. This program was developed to analyse free air gravity data over Canada, assuming $\Delta g=0$ outside of Canada. A stable recurrence relation was used to generate the associated Legendre functions. All steps were optimized to produce an efficient computer program to calculate orthogonal coefficients up to degree 200, a limit imposed by available core size. Using this method Nagy was able to faithfully reproduce a free air anomaly chart of Canada, including its local variations, from gravity data averaged in 1° x 1° blocks.

Our purpose is to adapt Knapp's approach to the complex pattern of magnetic declination in Canada. Owing to the non-linearity of D, the analyses were performed on the horizontal components X and Y. WC80, a world spherical harmonic model (Barker et al., 1981), is used as a normal field. Nagy's spherical harmonic expansion (SHE) is used to analyse residuals of the horizontal components. Residuals calculated from the SHE are added to the normal values and D is determined from the reconstituted X and Y values.

A special analysis of the horizontal components of the magnetic field in the area of the north magnetic pole is performed to derive its location for 1980.

Finally, annual change values in D are obtained from observations at 24 magnetic observatories and 134 magnetic repeat stations within or adjacent to the map area. It is assumed that these values will extend the useful life of the magnetic declination chart to near 1985. A repeat station is simply a location where magnetic observations are carefully taken at regular intervals of 5 to 10 years. These data, with observatory annual mean values, are used expressly for tracking the secular

l'approche de Knapp a été discontinuée après 1945, la plupart des détails paraissant illusoires. Au moment où les levés géomagnétiques aéroportés eurent corrigé la situation, des techniques analytiques par ordinateur avaient grandement simplifié l'approche vers la cartographie régionale. Cependant, au Canada, la complexité du champ défiait toute représentation analytique convenable jusqu'à la mise au point d'une technique par Nagy (1981) de calcul de coefficients harmoniques sphériques de haut degré. Ce programme a été mis au point pour analyser des données de gravité à l'air libre à travers le Canada, en supposant $\Delta g=0$ hors du Canada. Une relation de récurrence stable a été utilisée pour donner naissance aux fonctions de Legendre associées. Toutes les étapes ont été optimisées pour produire un programme d'ordinateur efficace permettant de calculer des coefficients orthogonaux jusqu'au degré 200, limite imposée par la taille du noyau disponible. En utilisant cette méthode, Nagy a pu reproduire fidèlement une carte d'anomalies à l'air libre du Canada, comprenant ses variations locales, à partir de domaines de gravité dont la moyenne avait été calculée par blocs de 1° x 1°.

Notre dessein est d'adapter l'approche de Knapp à la structure complexe de la déclinaison magnétique au Canada. En raison de la nonlinéarité de D, les analyses ont été réalisées sur les composantes horizontales X et Y. WC80, un modèle harmonique sphérique du globe (Barker et al., 1981), est employé comme champ normal. L'expansion harmonique sphérique de Nagy (SHE) est employé pour analyser les valeurs résiduelles des composantes horizontales. Les valeurs résiduelles calculées à partir de la SHE sont ajoutées aux valeurs normales et D est déterminé à partir des valeurs reconstituées de X et Y.

Une analyse spéciale des composantes horizontales du champ magnétique dans la région du pôle nord magnétique est réalisée pour en déduire sa position en 1980.

Finalement, des valeurs de changement annuel de D sont obtenues à partir d'observations faites à 24 observatoires magnétiques et à 134 stations magnétiques de répétitions à l'intérieur de la région cartographiée ou adjacentes à celle-ci. On suppose que ces valeurs vont étendre la vie utile de la carte de déclinaison magnétique jusque vers 1985. Une station de répétitions est simplement un endroit où des observations magnétiques sont prises soigneusement à intervalles réguliers de 5

change of the magnetic field in Canada.

MAP AREA AND DATA BASE

Although the area of Canada's land mass is approximately 10 x 10^6 km^2, the area covered by the base map exceeds 32 x 10^6 km^2. There is a practical requirement for merging isolines at our southern border with those produced for the U.S.A. by the U.S. Geological Survey (Fabiano and Peddie, 1980) and over the bordering oceans with those published jointly by the British Admiralty and the U.S. Defence Mapping Agency (Barker et al., 1981). To satisfy this requirement, our analysis was restricted to the area between north latitude 43°-87° and west longitudes 48°-147°. Since the oceanic areas comprise a significant part (30 per cent) of our map area, WC80 was used as our normal field to permit uniform merging of isolines over these areas.

As input, we used 7504 three-component aeromagnetic values from extensive airborne vector magnetometer surveys over Canada and the adjacent oceans by the Earth Physics Branch (EPB) from 1969 to 1976. This had the advantage of minimizing the amount of SV required to reduce these data to year 1980. From 1969 to 1976 about 380,000 line-km were flown with track spacing varying from 35 to 74 km and altitudes ranging from 3.5 to 6.2 km. The aeromagnetic data were in the form of averages of D, H, Z over 5 minutes of flight time, corresponding to about 35 km along a track. Sources of error in these data lie in the calibration, in aircraft magnetic field changes, in transient geomagnetic variations, and in positioning. It is difficult to account completely for these errors. Hannaford and Haines (1974) made estimates of the error in the 1969 data from analyses of flight line intersections of 43 nT in D, 59 nT in H and 54 nT in Z. These figures are based on 13 intersections only.

For the analysis, D and H were transformed to X and Y components using the relations X=H cos D, Y=H sin D. All data were reduced to sea level by adding a simple

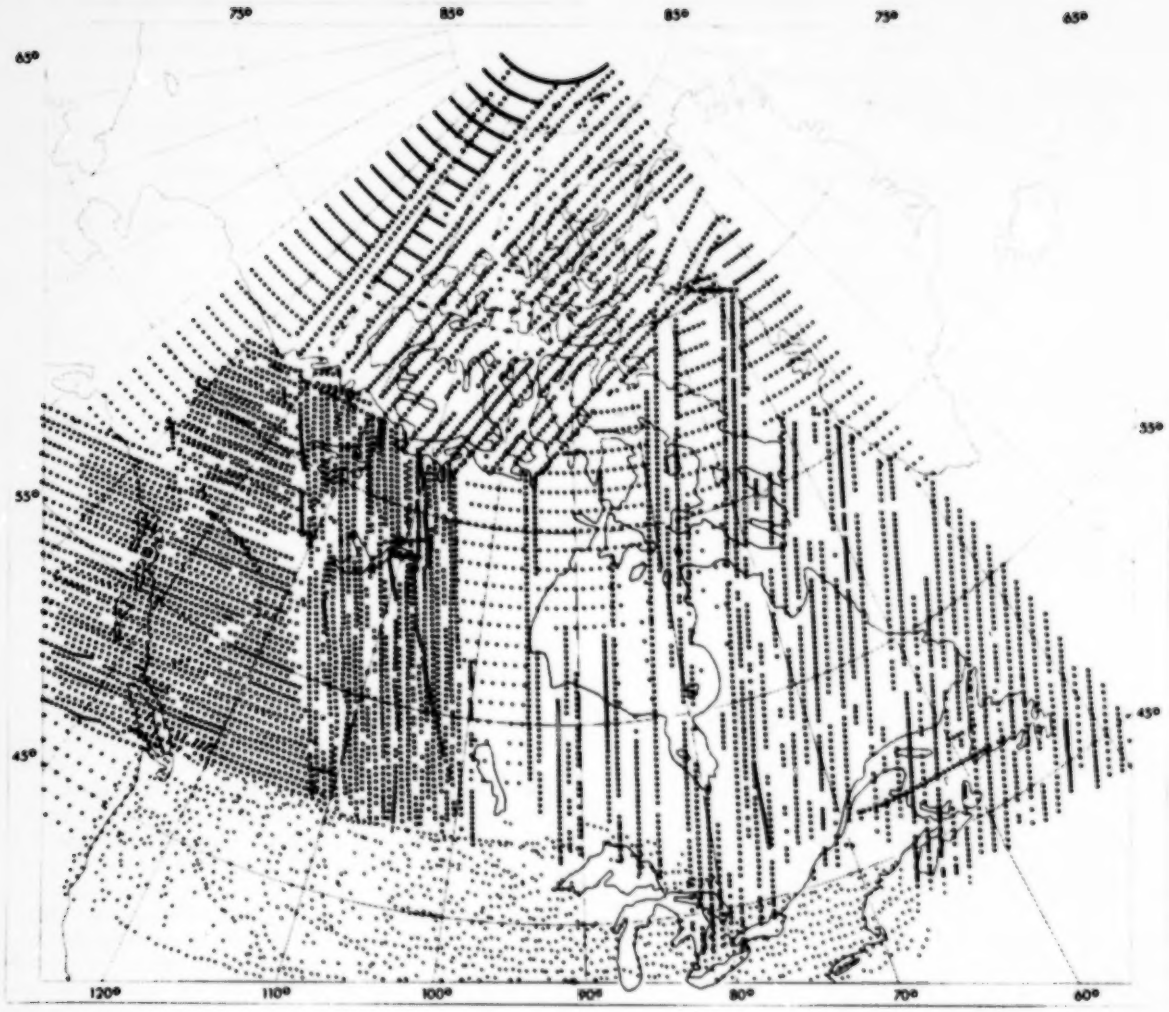
ou 10 ans. Ces données, avec les valeurs moyennes annuelles des observatoires, sont utilisées expressément pour suivre la variation séculaire du champ magnétique au Canada.

SURFACE CARTOGRAPHIEE ET BASE DE DONNEES

Quoique la superficie des terres canadiennes soit d'environ 10 x 10^6 km^2, la superficie couverte par la carte de base dépasse 30 x 10^6 km^2. Il existe une exigence pratique de confondre les lignes isogrammes le long de notre frontière méridionale avec celles produites pour les Etats-Unis par la U.S. Geological Survey (Fabiano et Peddie, 1980) et à travers les frontières océaniques avec celles publiées en commun par l'Amirauté Britannique et la U.S. Defence Mapping Agency (Barker et al., 1981). Pour satisfaire cette exigence, notre analyse a été restreinte à la zone comprise entre les latitudes nord 43°-87° et les longitudes ouest 48°-147°. Puisque les zones océaniques comprennent une portion significative (30 pour cent) de notre surface de cartographie, WC80 fut utilisé comme notre champ normal pour permettre la fusion des isogrammes sur ces zones.

Comme données de base, nous avons utilisé 7504 valeurs aéromagnétiques à 3 composantes tirées de vastes levés aéroportés du vecteur magnétique à travers le Canada et les océans adjacents réalisés par la Direction de la physique du globe de 1969 à 1976. Ceci eut l'avantage de minimiser le montant de SV exigé pour réduire ces données à l'année 1980. De 1969 à 1976 environ 380 000 km de lignes furent volés avec un espacement variant de 35 à 74 km et des altitudes allant de 3,5 à 6,2 km. Les données aéromagnétiques étaient sous la forme de moyennes de D, H, Z pour 5 minutes de temps de vol, correspondant à environ 35 km de cheminement. Des sources d'erreur dans ces données résident dans la calibration, dans des variations du champ magnétique de l'avion, dans des variations géomagnétiques passagères et dans le positionnement. Il est difficile de tenir pleinement compte de ces erreurs. Hannaford et Haines (1974) firent des estimations de l'erreur dans les données de 1969 à partir d'analyses d'intersections de lignes de vol de 43 nT dans D, 59 nT dans H et 54 nT dans Z. Ces chiffres sont basés sur 13 intersections seulement.

Pour l'analyse, D et H furent transformés en composantes X et Y en utilisant les relations X=H cos D, Y=H sin D. Toutes les données furent ramenées au



(Figure 1)

Distribution of magnetic data used in deriving the magnetic declination chart of Canada for 1980. Diamonds (◆) refer to Canadian airborne data, crosses (+) refer to USGS data, and dots (●) refer to WC80 values.

Répartition des données magnétiques utilisées pour l'établissement de la carte de déclinaison magnétique du Canada pour 1980. Les losanges (◆) se rapportent aux données aéroportées Canadiennes, les croix (+) aux données de l'U.S.G.S. et les points (●) aux valeurs de WC80.

dipole correction: 4.63×10^{-7} x component x altitude (in metres).

To facilitate the initial merging of isolines at our southern border, the U.S. Geological Survey supplied values of D used to derive the U.S. national chart for 1970, and values of H used for their 1975 charts. A total of 1482 values of D and H at 1/4 degree intervals north of latitude 40° were added to our input data set.

A plot of the input set revealed some critical gaps in the coverage, particularly in central Canada. Owing to magnetic disturbance contamination, a significant portion of the 1974 aeromagnetic measurements in this area were not used. Earlier data from aeromagnetic surveys in 1959 and 1961 could have been used to close these gaps. However, an examination of observatory records from Agincourt and Baker Lake, and subsequent tests of these data, indicate that many of these data were also disturbed. Consequently, WC80 was used to fill data gaps. Some 1247 values of X, Y were added, for a total of 10,233 three-component input values. Figure 1 shows the coverage of the input data used in the analysis.

REDUCTION OF DATA TO YEAR 1980

When survey data sets for different years are merged, discontinuities may arise in overlapping areas or at common borders. Generally these discontinuities are due to SV. Corrections were applied to the survey data based on low order polynomials representing the secular change of X, Y from the time of the survey to 1980. The SV was obtained from graphs in X, Y, extrapolated to 1980 for all observatories and repeat stations within and around a survey area. In all, 20 observatories and 109 repeat stations were used. The latest year for the observatory data was 1978 and for repeat station data it ranged from 1974 to 1978.

In deriving the SV expressions, observatory data were given 4 times the weight of repeat station data. Table 1

niveau de la mer en ajoutant une simple correction de dipôle: $4{,}63 \times 10^{-7}$ x composante x altitude (en mètres).

Pour faciliter la fusion initiale des isogrammes à notre frontière méridionale, le U.S. Geological Survey a fourni les valeurs de D employées pour calculer les cartes nationales américaines pour 1970 et les valeurs de H utilisées pour leurs cartes de 1975. Un total de 1482 valeurs de D et H à intervalles d'un quart de degré au Nord de la latitude 40° furent ajoutées à notre série de données de base.

Un tracé de la série des données de base a révélé quelques trous critiques dans la couverture, particulièrement dans le Canada Central. En raison de contamination par orages magnétiques, une part significative des mesures aéromagnétiques de 1974 dans cette région n'ont pas été utilisées. Des données plus anciennes de levés aéromagnétiques de 1959 et 1961 auraient pu être employées pour boucher ces trous. Cependant, un examen des enregistrements d'observatoire d'Agincourt et Baker Lake et des tests subséquents sur ces données indiquent que beaucoup de ces données ont aussi été perturbées. En conséquence, WC80 fut utilié pour boucher les trous dans les données. Quelques 1247 valeurs de X, Y furent ajoutées pour un total de 10 233 valeurs de données de base à trois composantes. La figure 1 montre la couverture des données de base employée dans cette analyse.

REDUCTION DES DONNEES À L'ANNEE 1980

Lorsque des séries de données de levés d'années différentes sont mélangées, des discontinuités peuvent apparaître dans des zones de chevauchement ou sur des frontières communes. Généralement ces discontinuités sont dues à SV. Des corrections furent apportées aux données des levés, basées sur des polynômes d'ordre simple représentant la variation séculaire de X, Y depuis l'époque du levé à 1980. La SV fut obtenue à partir de graphiques en X, Y extrapolés jusqu'à 1980 pour tous les observatoires et stations de répétitions à l'intérieur et autour de la région du levé. En tout, 20 observatoires et 109 stations de répétitions furent utilisés. La dernière année pour les données d'observatoire fut 1978 et pour les données de stations périodiques elle varia de 1974 à 1978.

Pour le calcul des expressions de SV, les données d'observatoire ont reçu 4 fois le poids des données des stations de

Table 1: Statistics on the SV Polynomials for each Survey

Year of Survey	No. of Stations Observatories	Repeat	Polynomial Degree	RMS Error X (nT)	Y (nT)
1969	5	26	2	27	17
1970	10	17	2	20	27
1972	7	48	3	21	21
1974	7	59	3	20	22
1976	6	37	2	20	18

Table 2: Number and RMS Difference of Observations used in Computing Grid Points

Quadrant Size	No. Grid Pts.	$\bar{N}$	Rms (nT) ΔX	ΔY
1°	1642	11.7	307	165
2°	2331	15.8	451	235
3°	458	29.1	682	365

Tableau 1: Statistiques sur les Polynômes de SV pour chaque levé

Année du levé	Nombre de Stations Observatoires	Répétitions	Degré de Polynômes	Erreur RMS X (nT)	Y (nT)
1969	5	26	2	27	17
1970	10	17	2	20	27
1972	7	48	3	21	21
1974	7	59	3	20	22
1976	6	37	2	20	18

Tableau 2: Nombre et différence RMS des observations utilisées en calculant les noeuds du réseau

Taille du Quadrant	Nb. de points de réseau	$\bar{N}$	Rms (NT) ΔX	ΔY
1°	1642	11.7	307	165
2°	2331	15.8	451	235
3°	458	29.1	682	365

lists the number of observatories and repeat stations used, the degree, and results of the fit for each survey year. Figure 2 shows the location of these stations, about one quarter of which lie outside the country. It also shows the airborne survey areas, by year.

The preliminary American data were reduced to 1980 using a U.S.G.S. spherical harmonic main field model AWC/75 (Peddie and Fabiano, 1976) and a special purpose SV model ASC/76 (Fabiano and Peddie, private communication) applicable primarily to North America. These data were converted to components X, Y for the analysis. The error in reducing these data to 1980 is represented by the error in the SV coefficients which is 4.5 nT in X and 4.0 nT in Y (Fabiano and Peddie, private communication).

DETERMINATION AND RELIABILITY OF GRID VALUES

A necessary requirement for the Nagy SHE program is that the input data be structured or gridded. A gridding algorithm was developed to determine grid values of X and Y, at 1 degree intervals of latitude and longitude. It was based on the weighted average of the nearest points with the restriction that each quadrant around a grid point had to contain at least 1 observation. Quadrant sizes ranged from 1° to 3°. The gridding program was arranged to process overlapping areas for continuity in smoothing. Over 4400 grid values (Xg, Yg) were determined; 88 percent of these were determined from random values located within 2 degrees of the grid point.

The average number of observations ($\bar{N}$) that went into the computation of each grid point, is listed in Table 2 along with the quadrant size needed to meet the sufficiency criterion.

Nagy's (1981) program was applied to magnetic residuals over Canada. If, on a world scale $\sum\Delta X = \sum\Delta Y = 0$, then these sums should approximate zero outside of Canada. Residuals, obtained by subtracting normal values, X_N, Y_N from our grid values,

répétitions. Le tableau 1 donne la liste des nombres d'observatoires et stations de répétitions utilisés, le degré, et les résultats de l'ajustement pour chaque année de levé. La figure 2 montre la localisation de ces stations dont environ 1/4 se trouvent à l'intérieur du pays. Elle montre aussi les zones de levé aérien par année.

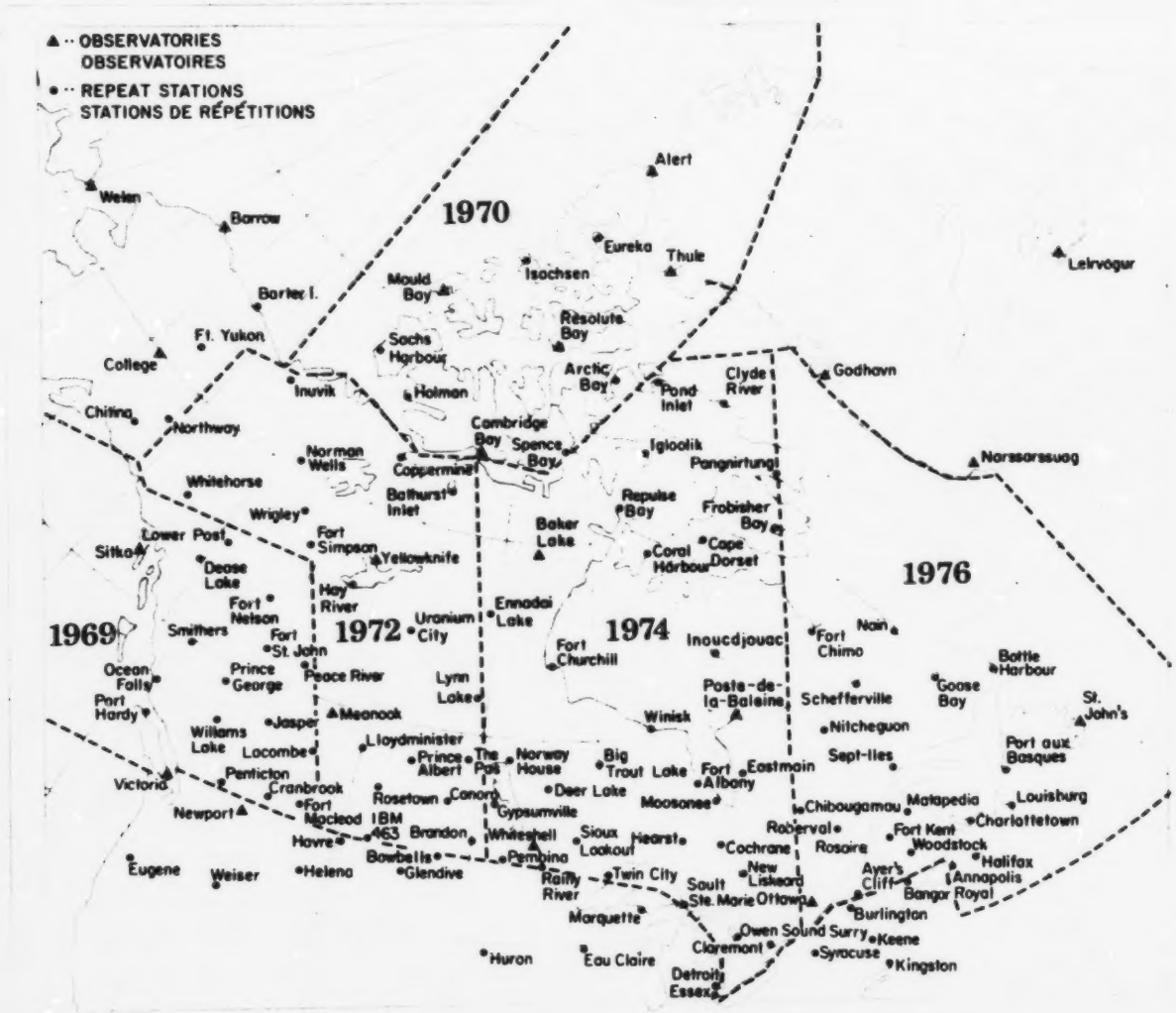
Les données préliminaires américaines furent ramenées à 1980 en utilisant un modèle de champ principal d'harmonique sphérique AWC/75 (Peddie et Fabiano, 1976) et un modèle de SV à but spécial ASC/76 (Fabiano et Peddie, communication privée) applicable essentiellement à l'Amérique du Nord. Ces données furent converties en composantes X, Y pour l'analyse. L'erreur en ramenant ces donnés à 1980 est représentée par l'erreur dans les coefficients de SV qui est 4,5 nT en X et 4,0 nT en Y (Fabiano est Peddie, communication privée).

DETERMINATION ET FIABILITE DES VALEURS DU RESEAU

Une exigence nécessaire du programme SHE de Nagy est que les données de base soient structurées ou maillées. Un algorithme de maillage a été mis au point pour déterminer des valeurs de réseau de X et Y, à intervalles de 1 degré de latitude et longitude. Il a été basé sur la moyenne pondérée des points les plus proches avec la restriction que chaque quadrant autour d'un noeud du réseau devait contenir au moins 1 observation. La taille du quadrant variait de 1° à 3°. Le programme de maillage a été arrangé pour permettre la continuité du lissage dans les zones de chevauchement. Plus de 4400 valeurs de maillage (Xg, Yg) ont été déterminées; 88 pour cent de celles-ci ont été déterminées à partir de valeurs au hasard prises à moins de 2 degrés du noeud du réseau.

Le nombre moyen d'observations ($\bar{N}$) qui est entré dans le calcul de chaque noeud du réseau est donné dans le tableau 2 ainsi que la taille de quadrant nécessaire pour rencontrer le critère du nombre suffisant d'observations.

Le programme de Nagy (1981) a été appliqué aux valeurs magnétiques résiduelles à travers le Canada. Si, à l'échelle mondiale $\sum\Delta X = \sum\Delta Y = 0$, ces sommes devraient être alors voisines de zéro à l'extérieur du Canada. Les valeurs résiduelles, obtenues en soustrayant les valeurs normales, X_N,



(Figure 2)

Distribution of observatories (▲) and repeat stations (●) used in updating Canadian airborne data to 1980. The survey areas are delineated by dashed lines. Years of these surveys are also shown.

Répartition des observatoires (▲) et des stations de répétitions (●) utilisées lors de la mise à jour des données aéroportées Canadiennes jusqu'en 1980. Les zones de levé sont délimitées par des lignes en tirets. Les années de ces levés sont également indiquées.

were used as input, i.e.

$$\Delta X = X_g - X_N$$

Owing to the convergence of data spaced at 1° intervals of latitude and longitude the minimum wavelength that can be suitably represented is twice the maximum spacing, or 222 km. According to Bullard (1967) the wavelength which can be represented by a spherical harmonic of degree and order n is given by

$$\lambda = c/n$$

where λ is the wavelength and C = 40 000 km is the circumference of the earth. Substituting λ = 222 km gives n = 180. Therefore 180 was chosen as the degree and order of the analysis.

Spherical harmonic analyses were carried out both on the ΔX and the ΔY. The approximation of the input grid values by the spherical harmonic models is given in Table 3. Also shown, as a measure of the convergence of these series, is a comparison with the model values of the observed minimum and maximum values and the data range.

The output of these analyses are two sets of computed grid values, Xc and Yc. To obtain Xc and Yc, the computed components grid values, we add the normal field:

$$X_c = X_N + \Delta Xc$$
$$Y_c = Y_N + \Delta Yc$$

X_c and Y_c were used to calculate the declination, $D_c = \tan^{-1}(Y_c / X_c)$, and the residual $\Delta D_c = D_c - D_N$. D_N, the normal declination field, ΔD_c the residual declination field, and D_c, the synthesized declination field, were contoured using Calcomp General Purpose Contouring Package (GPCP). These fields are shown in Fig. 3, 4 and 5 respectively.

The D_c chart (referred to as CD/80) was compared with four different data sets all updated to 1980. These results are listed in Table 4, along with comparisons to WC80. In all cases, the fit to the Canadian map is better than the fit to the world model, by amounts ranging from 37 to 63 nT. The relatively poor fits of data sets (2)

Y_N, des valeurs de notre réseau, ont été utilisées comme données de base, c'est-à-dire:

$$\Delta X = X_g - X_N$$

En raison de la convergence des données espacées à intervalles de 1° de latitude et longitude, la longueur d'ordre minimum qui peut être représentée convenablement est deux fois l'espacement maximum, soit 222 km. D'après Bullard (1967) la longueur d'onde qui peut être représentée par une harmonique sphérique de degré et ordre n est donnée par

$$\lambda = c/n$$

où λ est la longueur d'onde et c = 40 000 km est la circonférence de la terre. En posant λ = 222 km, on obtient n = 180. C'est pourquoi 180 fut choisi comme degré et ordre de l'analyse.

Des analyses harmoniques sphériques furent exécutées à la fois sur les ΔX et les ΔY. L'approximation des valeurs du réseau d'entrée par les modèles harmoniques sphériques est donnée dans le tableau 3. Une comparaison avec les valeurs du modèle pour les minimums et maximums observés et la fourchette des données est aussi indiquée comme une mesure de la convergence de ces séries.

Le résultat de ces analyses est deux séries de valeurs de réseau calculées, Xc et Yc. Pour obtenir Xc et Yc, les valeurs de réseau calculées des composantes, nous ajoutons le champ normal:

$$X_c = X_N + \Delta Xc$$
$$Y_c = Y_N + \Delta Yc$$

X_c et Y_c ont été utilisés pour calculer la déclinaison, $D_c = tg^{-1}(Y_c/X_c)$, et la valeur résiduelle, $\Delta D_c = D_c - D_N$. D_N, le champ normal de déclinaison, ΔD_c, le champ résiduel de déclinaison, et D_c, le champ synthétisé de déclinaison, ont été contourés en utilisant le "General Purpose Contouring Package" (GPCP) de Calcomp. Ces champs sont montrés sur les figures 3, 4 et 5 respectivement.

La carte de D_c (désignée comme CD/80) a été comparée avec quatre séries différentes de données, toutes mises à jour à 1980. Ces résultats sont énumérés dans le tableau 4, ainsi que les comparaisons avec WC80. Dans tous les cas, l'erreur de la carte canadienne est moins que l'erreur du modèle mondial, par des montants allant de

Table 3: Approximation of Input Data by Spherical Harmonic Expansions (in nT)
(Observed Values in Brackets)

Component	RMS Difference	Min	Max	Range
X	49	-368 (-395)	701 (751)	1069 (1147)
Y	35	-380 (-454)	466 (519)	846 (973)

Table 4: Fit of Various Data Sets to CD/80 and WC80

Data Set	No. Obs.	RMS Fit (nT) CD/80	WC80
*(1) Can. airborne 1969-76	6717	130	193
(2) Can. airborne 1960-65	3614	246	283
(3) U.S. airborne 1960-66	1059	214	269
(4) Repeat stations	100	152	191

*Input data

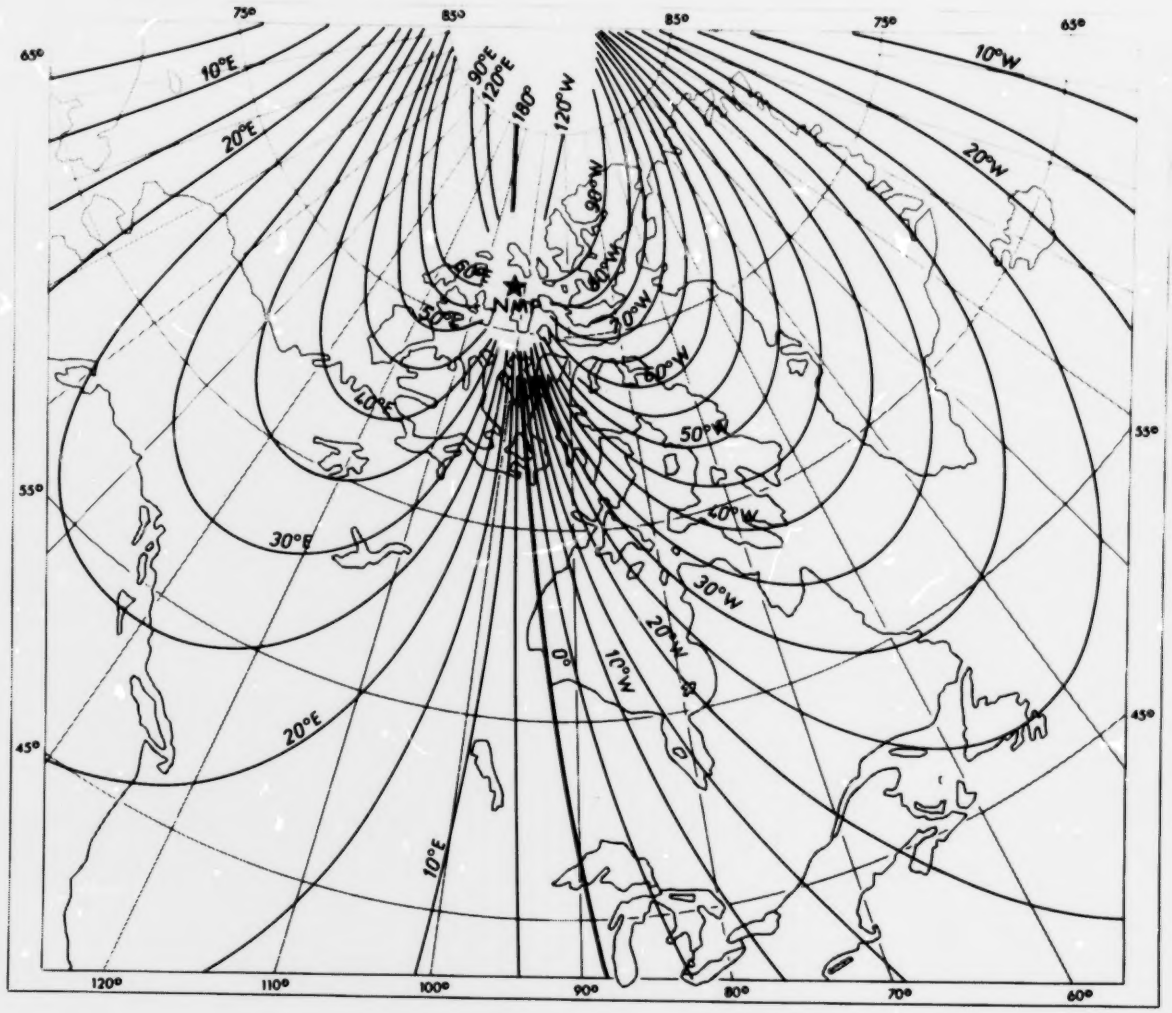
Tableau 3: Approximation des données d'entrée par expansions harmoniques sphériques (en nT)
(Valeurs observées entre parenthèses)

Composantes	Différence RMS	Minimum	Maximum	Fourchette
X	49	-368 (-395)	701 (751)	1069 (1147)
Y	35	-380 (-454)	466 (519)	846 (973)

Tableau 4: Erreur de diverses séries de données à CD/80 et WC80

Série de données	Nb. Obs.	Erreur CD/80	RMS (nT) WC80
*(1) Aéroporté Canadien 1969-76	6717	130	193
(2) Aéroporté Canadien 1960-65	3614	246	283
(3) Aéroporté U.S. 1960-66	1059	214	269
(4) Stations de répétitions	100	152	191

*Valeurs d'entrée



(Figure 3)

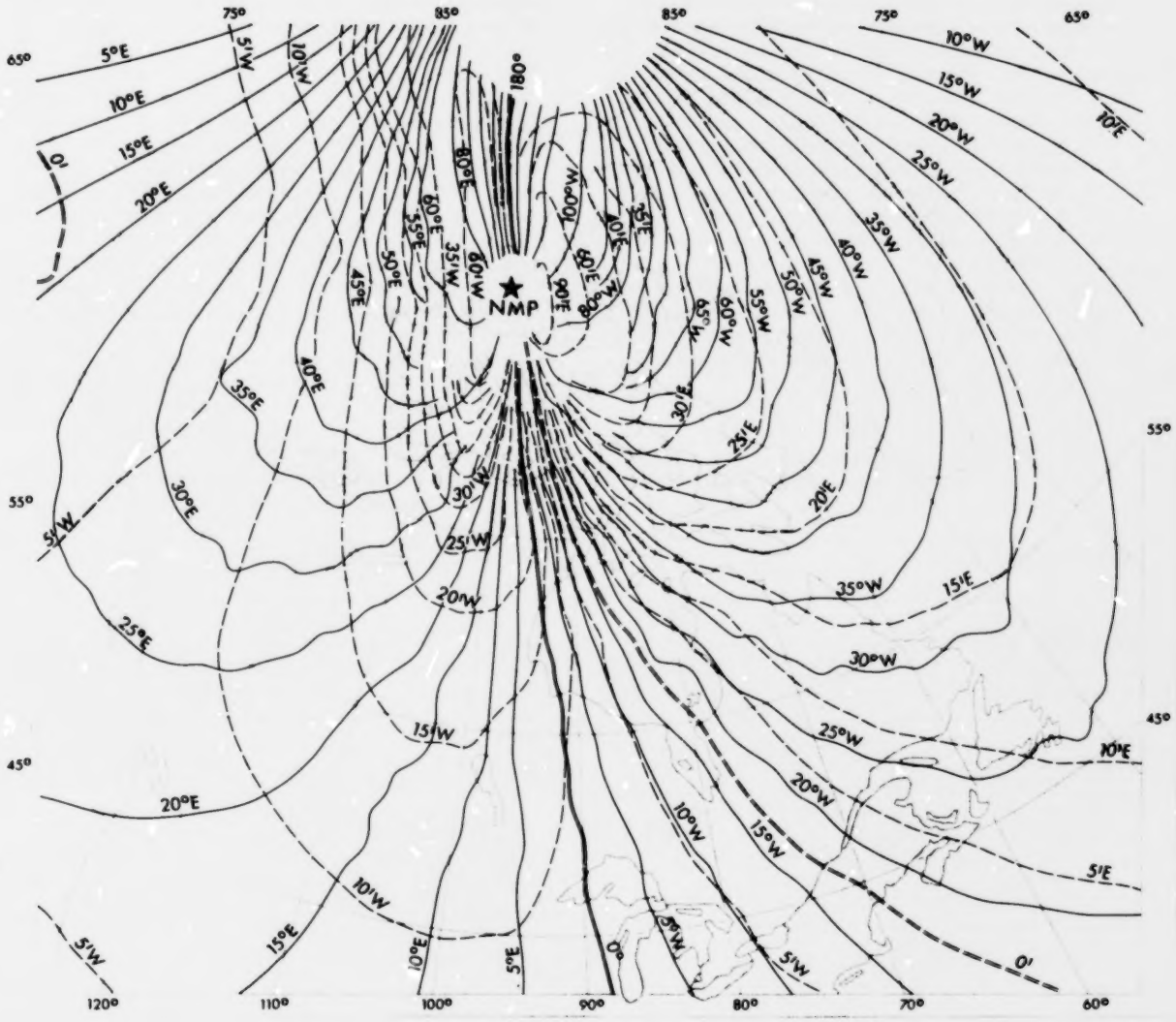
The normal magnetic declination field (D_N) in degrees for Canada derived from the world model WC80.

Le champ normal de déclinaison magnétique (D_N) en degrés pour le Canada, déduit du modèle mondial WC80.

(Figure 4)

The residual magnetic declination field (ΔD_c) in degrees for Canada.

Le champ résiduel de déclinaison magnétique (ΔD_c) en degrés pour le Canada.



(Figure 5)

The magnetic declination chart of Canada (CD/80) synthesized from the normal and residual fields. Solid lines show the angle in degree between the magnetic meridian and the true north meridian. Broken lines show the annual change of declination in minutes of arc.

La carte de déclinaison magnétique du Canada (CD/80) synthétisée à partir des champs normal et résiduel. Les lignes en traits pleins donnent l'angle en degrés entre le méridien magnétique et le méridien du Nord vrai. Les lignes discontinues donnent la variation annuelle de la déclinaison en minutes d'angle.

and (3) to both the Canadian map and world model is due, in part to the method of updating used. These data were updated to 1972.5 by using the 1965 definitive S.H. model of Barraclough et al. (1978); they were further updated to 1977.5 using the annual change shown on the 1975 Isogonic chart of Canada (Dawson and Newitt, 1977), and thence to 1980 using the annual change shown in Fig. 5. This procedure is not as accurate as the method used to update the input data; inaccuracies in secular change of less than 5nT per year could easily account for much of the increased rms error. In addition, it is known that many of the Canadian airborne data from the 1961 and 1963 surveys were subject to magnetic disturbances.

SECULAR VARIATION

Annual mean differences in D were extrapolated linearly to predict the annual change in D at 24 observatories within the map area. These predicted values were used to derive a preliminary annual change chart to aid in the extrapolation to 1980 of graphs of D at 134 Canadian and American repeat stations. The final annual change chart (Fig. 5) was contoured manually using these values, and was modified, where possible, to mesh smoothly with the isopors depicted on the preliminary declination chart of the U.S.A. for 1980.

Recent secular variation (SV) measurements indicate that the geomagnetic field in Canada is still being influenced by the large SV impulse reported by Courtillot et al. (1978) which affected a large part of the northern hemisphere in the early 1970's.

Significant modifications to the rate of change of D have occurred in all parts of the country except the Maritimes. The most interesting changes have occurred in central Canada. For example, until the late 1960's the average annual change at the Churchill observatory was about 5 minutes east, and at Baker Lake observatory about 9 minutes east. By 1977, it reversed direction and increased in magnitude to 14 minutes and 22 minutes west respectively. During this same

37 à 63 nT. Les erreurs relativement grandes des séries de données (2) et (3) à la fois à la carte canadienne et au modèle mondial sont dus en partie à la méthode employée pour la mise à jour. Ces données ont été mises à jour à 1972,5 en utilisant le modèle S.H. définitif de 1965 de Barraclough et al. (1978); elles ont été ensuite remises à jour à 1977,5 en utilisant la variation annuelle montrée par la carte Isogonique du Canada (Dawson et Newitt, 1977) et, de là à 1980, en utilisant la variation annuelle montrée sur la figure 5. Cette démarche n'est pas aussi précise que la méthode employée pour mettre à jour les données d'entrée; des inexactitudes dans la variation séculaire de moins de 5 nT par an pourraient être facilement responsables de la majeure partie de l'augmentation de l'erreur rms. En outre, on sait que beaucoup des données aéroportées canadiennes des levés de 1961 à 1963 ont été soumises à des perturbations magnétiques.

VARIATION SECULAIRE

Les différences moyennes annuelles de D ont été extrapolées linéairement pour prédire la variation annuelle de D à 24 observatoires à l'intérieur de la zone cartographiée. Ces valeurs prédites ont été utilisées pour en déduire une carte préliminaire de variation annuelle afin d'aider à l'extrapolation jusqu'à 1980 des courbes de D pour 134 stations de répétitions canadiennes et américaines. La carte finale de variation annuelle (fig. 5) a été contourée manuellement en utilisant ces valeurs et a été modifiée, où c'était possible, pour se raccorder naturellement aux isopores représentées sur la carte préliminaire de déclinaison des USA pour 1980.

Des mesures récentes de variation séculaire (SV) indiquent que le champ géomagnétique au Canada est encore influencé par la grande impulsion de SV rapportée par Courtillot et al. (1978) qui a affecté une large portion de l'hémisphère nord au début des années 1970.

Des modifications significatives du taux de variation de D se sont produites dans toutes les régions du pays sauf les Maritimes. Les changements les plus intéressants se sont produits dans le centre du Canada. Par exemple, jusqu'à la fin des années 1960, la variation annuelle moyenne à l'observatoire de Churchill était d'environ 5 minutes est, et à l'observatoire de Baker Lake, d'environ 9 minutes est. Vers 1977, la direction changea et l'amplitude augmenta

period the line of zero annual change moved eastward at an average rate of 90 km per year.

Over the next few years, no major changes are anticipated in secular variation, as depicted by the annual change lines in Fig. 5. However, in eastern Ontario and western Quebec, continuing eastward motion of the line of zero annual change should cause the magnitude of SV to increase to the west of the line and decrease to the east of it.

POSITION OF THE NORTH MAGNETIC POLE FOR 1980

Two methods were used to calculate a 1980.0 position for the North Magnetic Pole. The first method involved fitting polynomials of the form

$$C = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{i} a_{i-j,j}\, \alpha^{i-j}\, \beta^{j}$$

to 1° grid values of X and Y in a 10^6 km^2 area around the approximate pole position. In the first case,

$\alpha = \theta - \theta_o$ where θ is latitude, $\theta_o = 75°$ N
$\beta = \lambda - \lambda_o$ where λ is longitude west, $\lambda_o = 100°$W

and C is X or Y. The rms differences are 61 nT in X and 60 nT in Y.

The pole position was determined from the polynomials by calculating the point at which

$$H^2 = X^2 + Y^2 = 0$$

The second position was obtained by updating the observed 1973.5 position of 76.0° N, 100.6° W, given by Dawson and Newitt (1978). On the basis of Resolute Bay annual mean values, it is estimated that between 1975 and 1980 X increased by 199 nT, and Y decreased by 32 nT, which would result in a north-eastern motion of 147 km. The positions from this and the first method are given in Table 5.

The position shown on the 1980 D chart is the average of these positions:

$77.3 \pm 0.5°$ N $102.0 \pm 1.2°$W

The errors associated with this position estimate are based on the standard rms error

à 14 minutes et 22 minutes ouest respectivement. Pendant cette même période, la ligne de variation annuelle nulle se déplaça vers l'Est à une vitesse moyenne de 90 km par an.

Pour les quelques années qui viennent, aucun changement majeur de la variation séculaire n'est attendu, ainsi qu'il est décrit par les lignes de changement annuel de la fig. 5. Cependant, dans l'Est de l'Ontario et l'Ouest du Québec un mouvement continu vers l'Est de la ligne de variation annuelle nulle devrait faire croître l'amplitude de la SV à l'Ouest de la ligne et la faire décroître à l'Est de celle-ci.

POSITION DU PÔLE NORD MAGNETIQUE EN 1980

Deux méthodes ont été utilisées pour calculer une position en 1980,0 du Pôle Nord Magnétique. La première méthode a impliqué l'ajustement de polynômes de la forme

$$C = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{i} a_{i-j,j}\, \alpha^{i-j}\, \beta^{j}$$

à des valeurs de X et Y pour un réseau à mailles de 1° sur une zone de 10^6 km^2 autour de la position approximative du pôle. Dans le premier cas,

$\alpha = \theta - \theta_o$ où θ est la latitude, $\theta_o = 75°$N
$\beta = \lambda - \lambda_o$ où λ est la longitude ouest, $\lambda_o = 100°$W

et C est X ou Y. Les différences rms sont de 61 nT en X et 60 nT en Y.

La position du pôle a été déterminée à partir des polynômes en calculant le point où

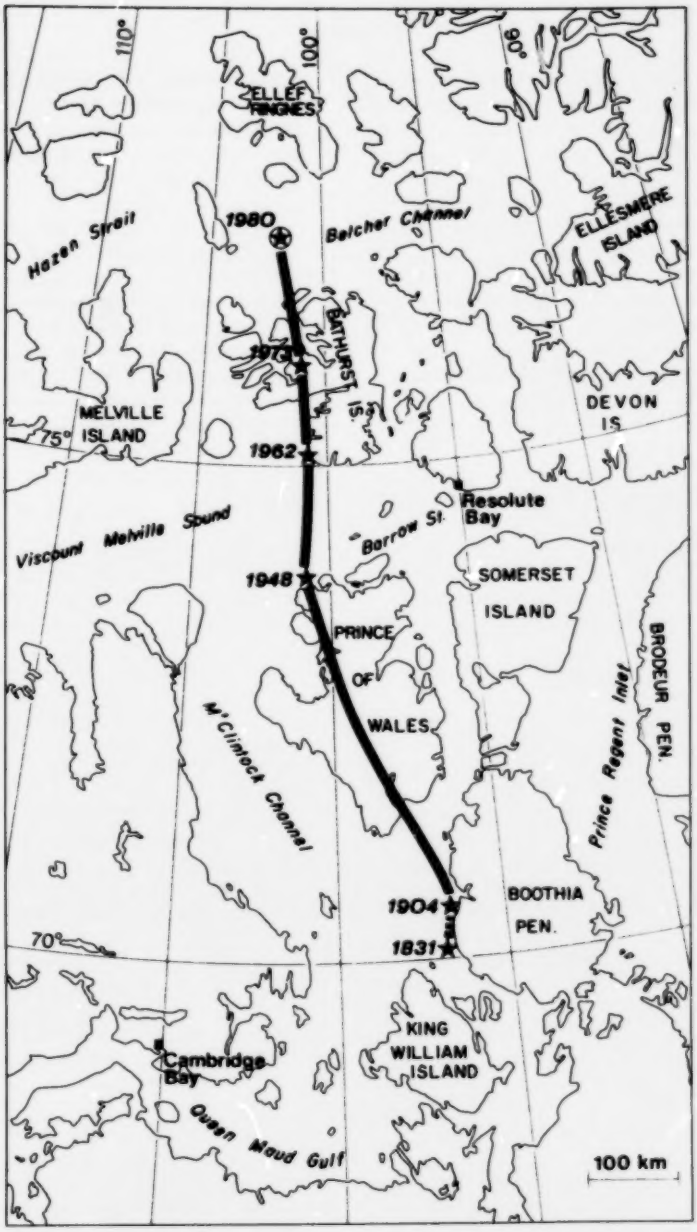
$$H^2 = X^2 + Y^2 = 0$$

La deuxième position a été obtenue en mettant à jour la position observée en 1973,5 de 76,0°N, 100,6°W donnée par Dawson et Newitt (1978). Sur la base des valeurs moyennes annuelles de Resolute Bay, on estime qu'entre 1975 et 1980 X a augmenté de 199 nT et Y a décru de 32 nT, ce qui devrait correspondre à un déplacement de 147 km vers le Nord Est. Les positions résultant de ces deux méthodes sont données dans le tableau 5.

La position montrée par la carte de D pour 1980 est la moyenne de ces positions:

$77,3 \pm 0,5°$N $102,0 \pm 1,2°$W

Les erreurs impliquées par cette estimation de position sont basées sur l'erreur rms



(Figure 6)

Path of the north magnetic dip pole from 1831 to 1980. Years of observations of the pole positions are indicated by stars (*). The 1980 computed position is shown by a circled star.

Cheminement du pôle nord magnétique d'inclinaison de 1831 à 1980. Les années d'observation de la position du pôle sont indiquées par des étoiles (*). La position calculée pour 1980 est montrée par une étoile encerclée.

from the polynomial analysis. Since the analysis were based on gridded data, the positional error must be considered as a lower limit. Dawson and Newitt (1978) quote a positional error of ± 0.7° N, and ± 1.3° W from a similar type of analysis based on observed data.

Table 5

Positions of the North Magnetic Pole for 1980.0

Method	Latitude °N	Longitude °W
1	77.3	101.6
2	77.2	102.3

The pole position given by WC80 is 78.2° N, 102.9° W.

The path of the pole over the past 150 years is shown in Fig. 6. The average motion since 1975 has been 24.0 km per year north, and 5.7 km per year west.

CONCLUSIONS

Owing to the size of Canada and the complexity of its magnetic field, charts from conventional analytic approaches (Dawson, 1970, Dawson and Newitt, 1977) have not adequately reflected the wavelengths warranted by the data distribution. The present approach appears to meet the goal, with a chart fit to the input data of 130 nT. The declination chart, in Fig. 5, shows features with wavelengths of the order of 200 km, consistent with a one degree grid data distribution.

This approach should enable the construction of charts with persistent features, from epoch to epoch, since, for the immediate future, corrections for SV need only be applied to the smooth component of the chart.

X and Y, used in determining D, are almost consistent with Maxwell's curl-free condition with the vertical component of curl F=0. The normal component, derived

ordinaire de l'analyse par polynômes. Puisque l'analyse était basée sur des données en réseau, l'erreur de positionnement doit être considérée comme une limite inférieure. Dawson et Newitt (1978) mentionnent une erreur de positionnement de ± 0,7°N, et ± 1,3°W à partir d'un type d'analyse similaire basée sur des données d'observation.

Tableau 5

Positions du Pôle Nord Magnétique en 1980,0

Méthode	Latitude °N	Longitude °W
1	77,3	101,6
2	77,2	102,3

La position du pôle donnée par WC80 est 78,2°N, 102,9°W.

Le cheminement du pôle au cours des 150 dernières années est montré sur la fig. 6. Le déplacement moyen depuis 1975 a été 24,0 km par an vers le Nord et de 5,7 km par an vers l'Ouest.

CONCLUSIONS

En raison de la dimension du Canada et de la complexité de son champ magnétique, les cartes tracées à partir d'une approche analytique classique (Dawson, 1970; Dawson et Newitt, 1977) n'ont pas convenablement reflété les longueurs d'onde justifiées par la distribution des données. L'approche actuelle semble atteindre ce but avec une erreur rms de 130 nT. La carte de déclinaison, fig. 5, montre des caractéristiques avec des longueurs d'onde de l'ordre de 200 km, en rapport avec la répartition des données sur un réseau à mailles d'un degré.

Cette approche devrait permettre l'élaboration de cartes avec des caractéristiques persistantes, d'une époque à l'autre, puisque, pour l'avenir immédiat, des corrections pour la SV ne doivent être appliquées qu'à la composante lissée de la carte.

X et Y, utilisés pour déterminer D, sont presque cohérents avec la condition de curl nul de Maxwell, avec la composante verticale du curl F=0. La composante normale, déduite

from WC80, is consistent. Only the ΔX and ΔY components, less than one per cent of the field, are not consistent.

The mapping approach outlined in this paper can be improved by:

(1) improving the distribution of data over Canada, especially in the central portion of the country.

(2) modifying the Nagy SHE program to accept equal area grid data.

de WC80 est cohérente. Seules les composantes ΔX et ΔY moins de un pour cent du champ, ne le sont pas.

L'approche de la cartographie décrite dans cette note peut être perfectionnée en:

(1) améliorant la répartition des données à travers le Canada, spécialement dans la partie centrale du pays,

(2) modifiant le programme SHE de Nagy pour admettre des données de mailles à surfaces égales.

REFERENCES

Barker, F.S., Barraclough, D.R. and Malin, S.R.C., 1981. World Magnetic Charts for 1980 - Spherical harmonic models of the geomagnetic field and its secular variation. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 65, pp. 525-533.

Barraclough, D.R., Harwood, J.M., Leaton, B.R. and Malin, S.R.C., 1978. A definitive model of the geomagnetic field and its secular variation for 1965-I. Derivation of model and comparison with the IGRF. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 55, pp. 111-121.

Bullard, E.C., 1967. The removal of trend from magnetic surveys. Earth and Planetary Science Letters, 2, pp. 293-300.

Courtillot, V., Ducruix, J. and Le Mouel, J.L., 1978. Sur une accélération récente de la variation séculaire du champ magnétique terrestre. Comptes rendu des séances de l'Académie des Sciences, 287, Série D., pp. 1095-1098.

Dawson, E., 1970. A spherical harmonic analytical representation of the geomagnetic field in Canada for 1970. Unpublished report of the Earth Physics Branch, Ottawa.

Dawson, E. and Newitt, L.R., 1977. An analytical representation of the geomagnetic field in Canada for 1975. Part I: The main field. Canadian Journal of Earth Sciences, 14, pp. 477-487.

Dawson, E. and Newitt, L.R., 1978. An analytical representation of the geomagnetic field in Canada for 1975. Part III: The north magnetic pole. Canadian Journal of Earth Sciences, 15, pp. 994-1001.

Fabiano, E.B. and Peddie, N.W., 1980. Magnetic declination in the United States, Epoch 1980. Map number I-1283.

Hannaford, W. and Haines, G.V., 1974. A three component aeromagnetic survey of British Columbia and the adjacent Pacific Ocean. Publication of the Earth Physics Branch, Ottawa, 44, pp. 323-379.

Knapp, D.G., 1942. The new isogonic chart of the United States. Terrestrial Magnetism, 47, pp. 53-62.

Nagy, D., 1981. High degree spherical harmonic expansion of gravity data. Bulletin Géodésique, 55, No. 1, pp. 86-93.

Peddie, N.W. and Fabiano, E.B., 1976. A model of the geomagnetic field for 1975. Journal of Geophysical Research, 81, pp. 2539-2542.

World Magnetic Survey Report, No. II, p. 20, 1967.